

Vektorer

Magnitud: $A=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$

Resultant: $R_x=A_x+B_x, R_y=A_y+B_y$

Skalärprodukt 1: $\tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{B}} = AB \cos \phi$

Skalärprodukt 2: $\tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

Kryssprodukt 1: $\tilde{\mathbf{A}} \times \tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{C} = AB \sin \phi$

Kryssprodukt 2: $C_x = A_y B_z - A_z B_y, C_y = A_z B_x - A_x B_z, C_z = A_x B_y - A_y B_x$

Kinematik

Momentanhastighet: $v=dx/dt$

Momentanacceleration: $a=dv/dt=d^2x/dt^2$

$$\vec{v}_{av}=\Delta r/\Delta t$$

Om a konstant:

$$V_f=V_0+at$$

$$x_f-x_i=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$$v_f^2-v_i^2=2a(x_f-x_i)$$

Cirkulär centralrörelse

Konstant fart: $a_r=v^2/r$

Fart ändras: $a_r=v^2/r$ och $a_t=\frac{dv}{dt}$

Newtons lagar

1: Kordinatsystem som rör sig med konstant hastighet relativt varandra är ekivalenta

2: $F=\frac{dp}{dt}$ och $p=mv$ ger:

$$F=m\frac{dv}{dt}+v\frac{dm}{dt}$$

Dock oftast: $F_{net}=ma$

3: Krafter uppträder i par

Tillämpa Newtons lagar

1: Koordinatsystem

2: Frilägg

3: Krafter

Kaströrelse

$$x=(v_0 \cos \alpha_0)t$$

$$y=(v_0 \sin \alpha_0)t-\frac{1}{2}gt^2$$

$$v_x=v_0 \cos \alpha_0$$

$$v_y=v_0 \sin \alpha_0-gt$$

Svängningar

$$x(t)=A \sin(\omega t+\phi), \text{ där } \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Starta klockan i noll, påväg uppåt:

$$A \sin \omega t \Rightarrow v(t)=\frac{dx}{dt}=\omega A \cos t \Rightarrow \omega A$$

Starta klockan i noll, påväg nedåt:

$$-A \sin \omega t \Rightarrow v(t)=-\omega A \cos t \Rightarrow -\omega A$$

Starta klockan i max: $A \cos \omega t$

Starta klockan i min: $-A \cos \omega t$

Arbete

Enhets: $J=Nm$

För fjäder: $\vec{F}=-k\vec{r}$

$$dW=\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W_{i \rightarrow f}=f_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Arbete uträttat av fjäder: $W_{i \rightarrow f}=-k$

$$\int_{xi}^{xf} x dx = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$$

Energi

Rörelseenergi: $K=\frac{1}{2}mv^2$

Potentiell energi (för fjäder): $U=\frac{1}{2}kx^2$

Om ingen friktion finns bevaras den mekanisk energin $U+K$: $U_i+K_i=U_f+K_f$

Rörelsemängd

$$\vec{p}=m\vec{v}$$

$$\vec{P}=\sum_i \vec{p}_i$$

Den totala rörelsemängden för ett isolerat system bevaras.

Friktion

$$\vec{f}=\mu \vec{N}$$

Tyngdpunkt

$$\vec{P}=\sum_i m_i \vec{v}_i=\sum_i \frac{d}{dt}(m_i \vec{r}_i)$$

Tyngdpunkten läge: $\vec{R}=\frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M}$, där $M=\sum_i m_i$

$$\Rightarrow \vec{P}=\frac{d(M\vec{R})}{dt}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt}=\frac{d^2(M\vec{R})}{dt^2}=M \frac{d^2\vec{R}}{dt^2}=M \vec{a}_{CM}$$

$$\sum_i \vec{F}_i^{ext}=M \frac{d^2\vec{R}}{dt^2}=M \vec{a}_{CM}$$

Summan av alla externa krafter ger oss tyngdpunkten acceleration

För kontinuerligt (kroppar): Integral

Allmänna gaslagen

$$PV=nRT, R=8.31$$

$$n=\text{antalet mol}=\frac{N}{N_A}$$

$$N_A=6.022140857 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$
 Avokados tal

Energi för enatomig gas

$$E_{medel}=\frac{3}{2}k_b T$$

$$k_b=\frac{R}{N_A} 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$E_{int}=n \frac{3}{2} RT$$

I denna kurs ersätts 3 med 5 för tvåatomiga gaser

Utvidgning

$$l=l_0(1+\alpha \cdot \Delta T)$$

α : längdutvidgningskoefficient

För ytutvidgning: $2 \cdot \alpha$

För volymutvidgning: $3 \cdot \alpha$

Värmekapacititet

$$Q=mc\Delta t$$

c: Materialkonstant med enhet $J/kg \cdot \text{grad}$

$$\text{H}_2\text{O}: 4.18 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$$

Latent värme

$$Q=mL$$

Is till vatten: $333 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$

Vatten till ånga: $2.26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$

Termodynamikens första huvudsats

$$dQ=dE_{int}+dW_g$$

$$Q_{i \rightarrow f}=\Delta E_{int}+W_{i \rightarrow f}$$

Enatomig gas, konst. V: $C_V=n \frac{3}{2} R \cdot dT$

Enatomig gas, konst. P: $C_P=n \frac{5}{2} R \cdot dT$

Tvåatomig gas, konst. V: $C_V=n \frac{5}{2} R \cdot dT$

Tvåatomig gas, konst. P: $C_P=n \frac{7}{2} R \cdot dT$

Arbete värme

$$dW_g=F_g dx=P \cdot dV$$

Isokor: $W_g=0$, pga volym konstant

Isobar: $W_g=P(V_f-V_i)$, pga tryck konstant

Isoterm: $W_g=nRT * \ln \frac{V_f}{V_i}$, pga $PV=konst.$

Adiabat ($Q=0$): $PV^\gamma=konstant$, $\gamma=\frac{C_p}{C_v}$

$$W_{gas}=\frac{1}{\gamma-1}(P_1 V_1 - P_2 V_2)$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

Verkningsgrad och COP

$$e=\frac{W_g}{Q_{tillf}}=\frac{\sum Q}{\sum Q_{Pos}}$$

$$K=\frac{|Q_C|}{|W_g|}=\frac{|Q_C|}{|Q_H|-|Q_C|}$$

$$e_{Carnot}=1-\frac{T_C}{T_H}=\frac{T_H-T_C}{T_H}$$

$$K_{Carnot}=\frac{T_C}{T_H-T_C}$$

Värmeledningsförmåga

$$P=\frac{dQ}{dT}=A \cdot k \frac{T_n-T_i}{l}$$

k=värmeledningsförmåga: enhet W/mK

A=Tvärsnittsarea

Harmoniska vågor

$$v \cdot T=\lambda, f=1/T, k=\frac{2\pi}{\lambda}, v=\frac{\omega}{k}$$

$$y(x,t)=A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)\right)$$

$$\Rightarrow y(x,t)=A \sin(kx-wt)$$

Allmänt: $y(x,t)=A \sin(kx-wt+\phi)$

Partikelhastighet: $\frac{dy}{dt}=-\omega A \cos(kx-wt)$

Partikelacceleration: $\frac{d^2y}{dt^2}=\omega^2 A \sin(kx-wt)$

Fashastighet: $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$, där μ = massa/längd

Reflektion

$$y_i=A_i \sin \omega(t-\frac{x}{v_1})$$

$$y_r=A_r \sin \omega(t+\frac{x}{v_2})$$

$$y_t=A_t \sin \omega(t-\frac{x}{v_2})$$

$$y_i+y_r=y_t, A_i+A_r=A_t$$

$$\frac{1}{v_1}(A_i-A_r)=\frac{1}{v_2}A_t$$

$$A_t=\frac{2v_2}{v_2+v_1}A_i, A_r=\frac{v_2-v_1}{v_2+v_1}A_i$$

EM-vågor, $A_r=\frac{n_a-n_b}{n_b+n_b}A_i$

Intensitet

Effekt/ m^2

$$I \sim (amplitud)^2$$

$$I_{max} \sim 4A^2$$

$$I=I_{max} \cdot \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

Interferens

$$y_{tot}=y_1+y_2=2A \cos \frac{\phi}{2} \sin(kx-\omega t+\frac{\phi}{2})$$

m: heltal

Konstruktiv interferens:

$$\cos \frac{\phi}{2}=\pm 1 \Rightarrow \phi=m \cdot 2\pi \Rightarrow (2A \cdot \cos \frac{\phi}{2})^2=4A^2$$

Destruktiv interferens:

$$\cos \frac{\phi}{2}=0 \Rightarrow \phi=(2m+1) \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow (2A \cdot \cos \frac{\phi}{2})^2=0$$

Stående vågor

$$y_{tot}=y_1+y_2=2A \sin kx \cos \omega t$$

På sträng: $\lambda=\frac{2L}{n}$, $f=\frac{m \sqrt{\frac{T}{\mu}}}{2L}$

n = 1 är grundtonen

Svävningar

$$y_1=A \cos(k_1 x-\omega_1 t), y_2=A \cos(k_2 x-\omega_2 t)$$

$$\omega=2\pi f$$

$$y=y_1+y_2$$

$$=2A \cos(2\pi(\frac{f_1-f_2}{2})t) \cos(2\pi(\frac{f_1+f_2}{2})t)$$

$$f_{beat}=f_1-f_2$$

EM-vågor

Brytningsindex: $n=\sqrt{\epsilon_r}$, $v_{fas}=\frac{c}{n}$

$$f=\frac{v}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{\lambda_0}{n}$$

$$\phi_2-\phi_1=2\pi \frac{nL}{\lambda_0}, nL: \text{optisk väg}$$

Brytningslagen:

$$n \sin \theta_1=n_2 \sin \theta_2, \theta: \text{infalsvinkel}$$

Totalreflexion:

$$n \sin \theta_{kritisk}=n_2 \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \theta_{kritisk}=\frac{n_2}{n_1}$$

Interferens för ljus

Dubbelspalt:

Max: $d \sin \theta=m\lambda$

Min: $d \sin \theta=(m+\frac{1}{2})\lambda$

θ =vinkel emot gitterplanets normal

d=spaltavstånd, gitterkonstant

Fas vs vägskilnad

$$\frac{\Phi}{2\pi}=\frac{r_2-r_1}{\lambda}$$

Reflektion i tunna filmer

För inget relativt fasskifte:

$$2tn=m\lambda_0 \text{ (Konstruktivt)}$$

$$2tn=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda_0 \text{ (Destruktivt)}$$

Byt plats på formlerna vid relativt fasskifte

Minsta tjocklek som ger min: $d=\frac{\lambda}{4n}$

Difraktion- en slits

Min: $a * \sin \theta_{min}=m\lambda, m=\pm 1, \pm 2, \dots$

$$I=I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2, \beta: \text{största faskilnaden}$$

$$\beta=\frac{2\pi}{\lambda} a * \sin \theta$$

Difraktion- två slits

$$I=I_0 \cos^2 \frac{\Phi}{2} \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

$$\beta=\frac{2\pi}{\lambda} a * \sin \theta, \Phi=\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Vinklar

$$\theta=\frac{s}{r}, s=\text{cirkelebågens längd}$$

Cirkelrörelse-stela kroppar

$$a_{tan}=\frac{dv}{dt}=r \frac{d\omega}{dt}=r\alpha$$

$$a_{rad} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Rotationsenergi

$$dK_r = \frac{1}{2} dm \cdot v^2$$

$$v = \omega r$$

$$\Rightarrow dK_r = \frac{1}{2} dm \omega^2 r^2$$

$$K_r = \int dK_r = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Tröghetsmoment

$$I = \int_{hela} r^2 dm = \rho \int_{hela} r^2 dV$$

$$\text{Tunn pinne, axel mitten: } I = \frac{1}{12} M L^2$$

$$\text{Tunn pinne, axel ände: } I = \frac{1}{3} M L^2$$

$$\text{Cylinder: } I = \frac{1}{2} M R^2$$

$$\text{Ring: } I = M R^2$$

$$\text{Klot (Solid): } I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\text{Klot (Skal): } I = \frac{2}{3} M R^2$$

$$\text{Parallel förskjutning: } I = I_{CM} + M d^2$$

Vridande moment

$$\bar{\tau} \equiv \bar{r} \times \bar{F}$$

Rörelsemängdsmoment

$$\bar{L} \equiv \bar{r} \times \bar{p}, \bar{p} = m \bar{v}$$

Summan av alla yttersta vridande moment:

$$\bar{\tau} = \frac{d\bar{L}}{dt}$$

$$|\bar{L}| = I \omega$$

$$\tau = I \alpha$$

Motsvarigheter i partikelfysik

$$m \rightarrow I, x \rightarrow \theta, v \rightarrow \omega, a \rightarrow \alpha, F \rightarrow \tau, p \rightarrow L$$

Problemlösning, stela kropar

$$\sum \bar{F}_{ext} = M \bar{a}_{CM} \quad (1)$$

$$\sum \tau = I_{CM} \alpha \quad (2)$$

För att **2** ska gälla får axeln inte ändra riktning och axeln genom tyngdpunkten måste vara symmetri axeln.

Bevarade storheter

Mekanisk energi: Inga irreversibla krafter i systemet (friktion, deformering)

Rörelsemängd: Inga externa krafter

Rörelsemängdsmoment: Inga externa vridande moment

$$v = \omega r, a = \alpha r$$

	Isokor	Isobar	Isoterm	Adiabat
Q	$nC_v(T_2 - T_1)$	$nC_p(T_2 - T_1)$	$nRT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$	0
ΔE_{int}	$nC_v(T_2 - T_1)$	$nC_v(T_2 - T_1)$	0	$nC_v(T_2 - T_1)$
W_{gas}	0	$P(V_2 - V_1)$	$nRT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$	$nC_v(T_1 - T_2)$